

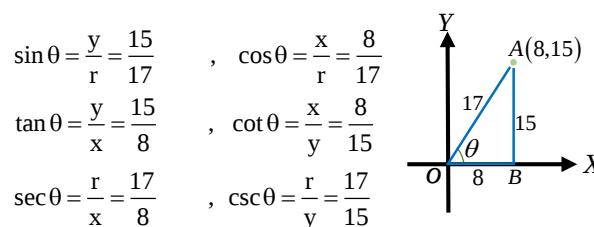
در رابطه‌ای فوقانی دیده می‌شود که $\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$ ، $\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$ و $\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$ می‌باشند.

مثال 1. اگر در حالت معیاری ضلع دوم زاویه θ از نقطه (8,15) بگذرد، نسبت‌های مثلثاتی زاویه θ را دریابید.

حل. در شکل ذیل نظر به قضیه فیثاغورث $r^2 = x^2 + y^2$ داریم که:

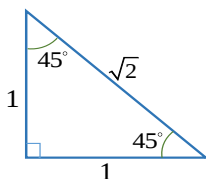
$$r^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow r^2 = 8^2 + 15^2 = 289$$

$$r = 17$$



نسبت‌های مثلثاتی زاویه 45°

اگر یک مثلث قائم‌الزاویه که اضلاع قائم آن دارای یک واحد طول باشند نسبت‌های مثلثاتی شان را طور ذیل محاسبه می‌کنیم.



$$r^2 = x^2 + y^2$$

$$r^2 = 1^2 + 1^2$$

$$r^2 = 2 \Rightarrow r = \sqrt{2}$$

$$\sin 45^\circ = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{y}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^\circ = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{x}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 45^\circ = \tan \frac{\pi}{4} = \frac{y}{x} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\cot 45^\circ = \cot \frac{\pi}{4} = \frac{x}{y} = \frac{1}{1} = 1$$

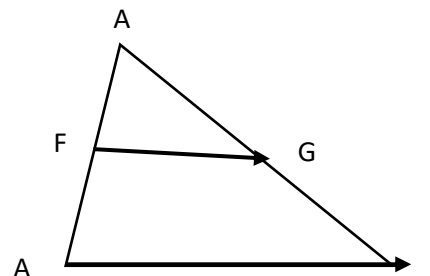
$$\sec 45^\circ = \sec \frac{\pi}{4} = \frac{r}{x} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$$

$$\csc 45^\circ = \csc \frac{\pi}{4} = \frac{r}{y} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$$

راهنمایی آموزشی صنف نهم - دوره هفتم

قضیه تالس در مثلث

اگر خطی موازی به یک ضلع مثلث، دو ضلع دیگر آن را قطع کند، قطعات ایجاد شده روی این دو ضلع متناسب است.



$$FG \parallel AB \Leftrightarrow \frac{CF}{FA} = \frac{CG}{GB}$$

ساین یک زاویه حاده:

اگر به شکل ساده تر بیان عرض کنیم؛ ساین یعنی ضلع مقابل بر وتر

کوساین یک زاویه حاده:

کوساین یعنی ضلع مجاور بر وتر

تانجانت یک زاویه حاده:

ضلع مقابل بر ضلع مجاور

کوتانجانت یک زاویه حاده:

ضلع مجاور بر ضلع مقابل

سیکینت یک زاویه حاده:

وتر بر ضلع مجاور

کوسیکینت یک زاویه حاده:

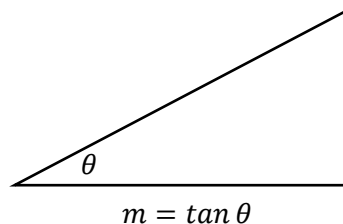
وتر بر ضلع مقابل

نسبت‌های مثلثاتی یک زاویه حاده (θ) در یک مثلث قائم‌الزاویه قرار شکل ذیل تعریف شده اند:

$$\begin{aligned}\sin 270^\circ &= -1 \\ \cos 270^\circ &= 0 \\ \tan 270^\circ &= -\infty \\ \cot 270^\circ &= 0 \\ \sec 270^\circ &= \infty \\ \csc 270^\circ &= -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sin 180^\circ &= 0 \\ \cos 180^\circ &= -1 \\ \tan 180^\circ &= 0 \\ \cot 180^\circ &= -\infty \\ \sec 180^\circ &= -1 \\ \csc 180^\circ &= \infty\end{aligned}$$

رابطه میل خط مستقیم و تانجانت یک زاویه:



نکته:

$$y = mx + b$$

معادله فوق عبارت از معادله نارمل خط مستقیم میباشد. در معادله فوق m میل مستقیم و نقطه b نقطه تقاطع خط با محور y می باشد.

جدول مثلثاتی و کاربرد آن:

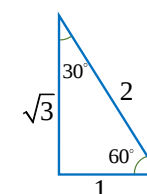
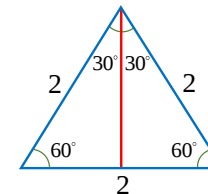
نسبت های مثلثاتی زاویه مشهور را می توانیم با استفاده از روابط فوق که تحلیل شد به آسانی بدست آوریم، ولی محاسبه بعضی از نسبت های مثلثاتی که مشهور نیست را می توانیم به کمک

$$\left. \begin{aligned} &\frac{\pi}{2} - \theta \\ &\pi - \theta \\ &\frac{3\pi}{2} - \theta \\ &2\pi - \theta \end{aligned} \right\} \text{ بعضی از روابط مثلثاتی مانند } \left. \begin{aligned} &\frac{\pi}{2} - \theta \\ &\pi - \theta \\ &\frac{3\pi}{2} - \theta \\ &2\pi - \theta \end{aligned} \right\} \text{ را بدست آوریم که در دروس قبلی مفصل مطالعه}$$

خواهیم نمود.

2. نسبت های مثلثاتی زاویه 30° و 60°

برای دریافت نسبت های مثلثاتی زوایای فوقانی باید یک مثلث متساوی الاضلاع را با طول اضلاع 2 واحد رسم نمود و داریم که:



$$\begin{aligned}\sin 60^\circ &= \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos 60^\circ &= \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \\ \tan 60^\circ &= \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3} \\ \cot 60^\circ &= \cot \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \sec 60^\circ &= \sec \frac{\pi}{3} = 2 \\ \csc 60^\circ &= \csc \frac{\pi}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sin 30^\circ &= \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \\ \cos 30^\circ &= \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \tan 30^\circ &= \tan \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \cot 30^\circ &= \cot \frac{\pi}{6} = \sqrt{3} \\ \sec 30^\circ &= \sec \frac{\pi}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \\ \csc 30^\circ &= \csc \frac{\pi}{6} = 2\end{aligned}$$

3. نسبت های مثلثاتی زوایای 0° ، 90° ، 180° و 360°

نسبت های مثلثاتی زوایای 0° و 360° با هم مساوی اند، چون با هم کنترمینل می باشند و از نقطه $P(1,0)$ می گذرد زاویه 90° از نقطه $P(0,1)$ ، زاویه 180° از نقطه $P(-1,0)$ و زاویه ای 270° از نقطه $P(0,-1)$ می گذرد و داریم که:

$$\begin{aligned}\sin 0^\circ &= \sin 360^\circ = 0 & \sin 90^\circ &= 1 \\ \cos 0^\circ &= \cos 360^\circ = 1 & \cos 90^\circ &= 0 \\ \tan 0^\circ &= \tan 360^\circ = 0 & \tan 90^\circ &= \infty \\ \cot 0^\circ &= \cot 360^\circ = \infty & \cot 90^\circ &= 0 \\ \sec 0^\circ &= \sec 360^\circ = 1 & \sec 90^\circ &= \infty \\ \csc 0^\circ &= \csc 360^\circ = \infty & \csc 90^\circ &= 1\end{aligned}$$