

راهنمای آموزشی ریاضی صنف یازدهم - دور پنجم

اهداف آموزش

هدف کلی: فراگیران در پایان این بخش بتوانند مفاهیم بنیادی هندسه فضایی را درک کرده، روابط بین خط ها و مستوی ها در فضا را تحلیل و با رسم اشکال هندسی، موقعیت نسبی آنها را تشخیص دهند.

اهداف تعلیمی:

1. مفاهیم ابتدائی و اکسیوم ها
 - فراگیران بتوانند مفاهیم اولیه مانند نقطه، خط، مستوی و فضا را تعریف کنند.
 - با اصول و اکسیوم های بنیادی هندسه فضایی آشنا شوند.
2. خط و مستوی در فضایی سه بعدی
 - تشخیص دهند که چگونه یک خط یا مستوی در فضا تعریف می شوند.
 - رابطه بین دو نقطه و خط، و بین خط و مستوی را توضیح دهند.
3. خطوط مستقیم و موازی در فضا
 - خطوط مستقیم و موازی را در فضای سه بعدی تشخیص دهند.
 - شرایط موازی بودن دو خط در فضا را توضیح دهند.
4. زاویه بین دو خط در فضا
 - بتوانند زاویه بین دو خط متقاطع در فضا را پیدا کنند.
 - از فرمول ها برای محاسبه زاویه استفاده شود.
5. خطوط و مستوی های موازی در فضا
 - تفاوت بین خط های موازی و مستوی های موازی را تشریح کنند.
 - شرایط ریاضی برای تعیین موازی بودن آنها را بنویسند.
6. خطوط مستقیم و مستوی های متعامد.
 - شرایط تعامد (عمود بودن) بین خط و یک مستوی را بیان کنند.
 - تشخیص دهند که کدام خط و مستوی بر هم عمود هستند.
7. مستوی های موازی در فضا
 - ویژگی ها و شرایط موازی بودن دو مستوی را تشخیص دهند.
 - در رسم اشکال سه بعدی، مستوی های موازی را مشخص کنند.

خلاص مطالب درس

❖ مفاهیم اساسی و اکسیوم ها

اصطلاحات اولیه: مفاهیم اند که بدون تعریف قبول می شوند مانند نقطه، خط، مستوی و فضا
دلیل و برهان: عمل ذهنی است که از یک سلسله گزارش های قبلی درست به گزارش های بعدی می رسد و درستی آن را می توان بر اساس آنچه قبلاً پذیرفته شده است را قبول کرد.

قضیه: ادعای که برای اثبات آن به دلیل و برهان نیاز باشد.

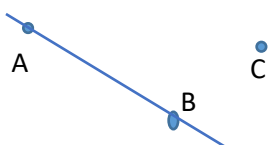
خط: یک مفهوم ذهنی است که بدون تعریف قبول شده است (یکی از اصطلاحات اولیه است).
خط مستقیم: نقاط پیهم و متصل را خط می نامند و کوتاه ترین فاصله بین دو نقطه خط مستقیم است، خط مستقیم نیز یکی از مفاهیم و اصطلاحات اولیه اند.

اکسیوم های خط:

✓ دو نقطه مشخص تنها و تنها یک خط مستقیم را مشخص می نماید.



✓ هر خط مستقیم دارای دو نقطه مشخص اند و حد اقل سه نقطه وجود دارد که در یک خط مستقیم شامل نیست.



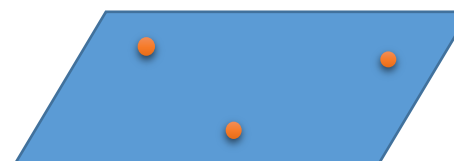
✓ بین هر دو نقطه یک خط مستقیم می توان نقطه بی مشخصی را بدست آورد.



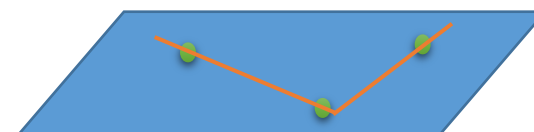
مستوی: به هر سطح هموار مستوی گفته می شود مانند، سطح آب، روی تخته سفید صنف... و مستوی نیز یکی از مفاهیم اولیه اند.

اکسیوم های مستوی:

✚ در هر مستوی کم از کم سه نقطه وجود دارد که به امتداد یک خط مستقیم نیست.



✚ از سه نقطه که به استقامت یک خط مستقیم نباشد یک مستوی می گذرد.



✚ اگر دو نقطه یک خط مستقیم در یک مستوی باشد، این خط شامل مستوی است.



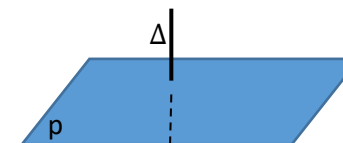
❖ خط و مستوی در فضای سه بعدی

فضای را که در آن زندگی می کنیم سه بعدی است و یکی از مفاهیم اولیه می باشد. یا به عبارت دیگر: فضا عبارت از مجموعه نقاط است، طوریکه خط دارای یک بعد و مستوی دارای دو بعد نیز جزء از فضای سه بعدی اند.

اوضاع نسبی یک خط مستقیم و یک مستوی

▪ خط و مستوی متقاطع است اگر یک نقطه مشترک داشته باشد.

خط Δ و مستوی P باهم
متقاطع اند



I

▪ خط و مستوی منطبق است اگر دو یا چند نقطه مشترک داشته باشد.

خط مستقیم Δ و مستوی P
باهم منطبق اند.



▪ خط و مستوی موازی اند اگر هیچ نقطه مشترک نداشته باشد.

خط Δ و مستوی P باهم
موازی اند



اوضاع نسبی دو خط مستقیم با یک دیگر

✚ دو خط مستقیم در یک مستوی موازی نامیده می شود اگر هیچ نقطه بی مشترک نداشته باشد.

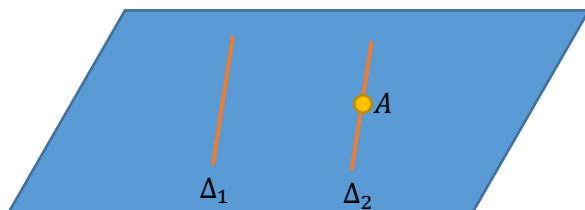
✚ دو خط مستقیم که در یک مستوی یک نقطه مشترک داشته باشد باهم متقاطع گفته می شود.

✚ دو خط مستقیم که هم مستوی نبوده و نقطه مشترک نداشته باشند بنام خطوط متنافر یاد می شود.

❖ خطوط مستقیم موازی در فضا

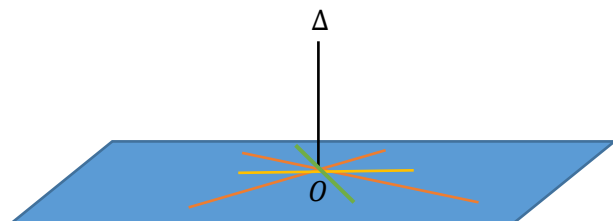
تعریف: دو خط مستقیم که در یک مستوی واقع بوده و هیچ نقطه مشترک نداشته باشد موازی نامیده می شود.

قضیه 1: از یک نقطه خارج یک خط مستقیم تنها یک مستقیم موازی با آن رسم می شود و بس



❖ خطوط مستقیم و مستوی های متعامد در فضا

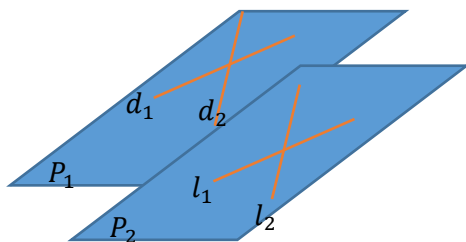
هرگاه یک خط مستقیم Δ بالای دو مستقیم که آنها را در یک نقطه قطع کند عمود باشد، بالای تمام مستقیم های که در مستوی این دو خط متقاطع واقع اند و از همان نقطه بگذرد عمود اند.



در شکل فوق مستقیم Δ بالای تمام مستقیم های که از نقطه O گذشته است، عمود اند.

❖ مستوی های موازی در فضا

قضیه: اگر دو خط مستقیم متقاطع یک مستوی با دو خط مستقیم متقاطع مستوی دیگر موازی باشد، مستوی های مذکور باهم موازی اند.



در شکل مقابل .

$$d_2 // l_2 \text{ و } d_1 // l_1$$

پس در نتیجه مستوی های $P_1 // P_2$

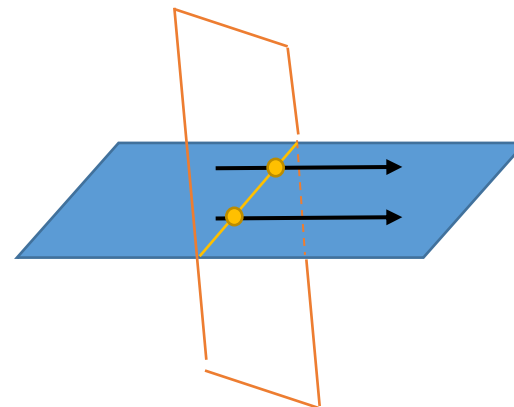
فعالیت ها: شاگردان فعالیت های ذیل را انجام دهند.

فعالیت اول: یک قلم و یک ورق کاغذ را بگیرند و با مارکر روی ورق کاغذ دو نقطه بگذارد و بعد، با قلم خط مستقیم را نشان دهد.

فعالیت دوم: یک تخته سفید خورد بر دارد و با مارکر روی آن سه نقطه اختیاری بگذارد و نشان دهد که به صورت عمود سه نقطه در یک مستوی وجود دارد که به امتداد خط مستقیم نیست.

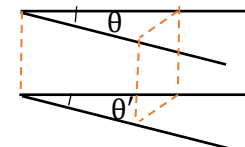
فعالیت سوم: شاگردان یک چوکی را روی سطح کاملاً هموار (کف اتاق کاشی شده) بگذارد و بگوید که چرا همزمان هر چهار پایه چوکی روی سطح قرار نمی گیرند و تنها سه پایه چوکی روی سطح قرار م

قضیه 2: هرگاه دو خط مستقیم موازی باشد و یک مستوی یک از آنها را قطع کند دیگرش را نیز قطع می کند.



❖ زاویه بین خط مستقیم در فضا

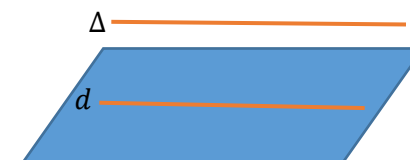
قضیه: دو زاویه در فضا که دارای اضلاع موازی و هم جهت باشند باهم مساوی اند.



زاویه های θ و θ' باهم مساوی اند.

❖ مستقیم های موازی و مستوی های موازی در فضا

قضیه 1: اگر یک خط مستقیم به یک خط مستقیم یک مستوی، موازی باشد. خط مستقیم مذکور به همین مستوی موازی می باشد.



خط Δ با خط d موازی اند.

قضیه 2: هرگاه یک خط مستقیم به هریک از دو مستوی متقاطع موازی باشد خط مستقیم مذکور به فصل مشترک مستوی های ذکر شده موازی اند.