

راهنمایی آموزشی صنف دهم - دوره هفتم

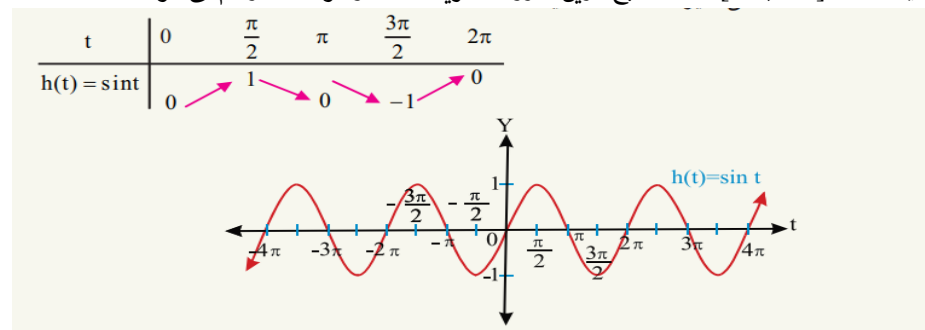
گراف توابع مثلثاتی

اهداف آموزشی: در پایان این درس شاگردان قادر گردد تا

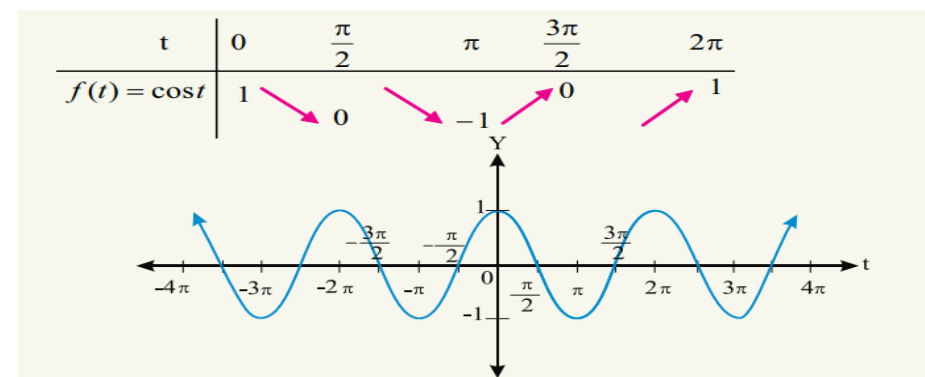
- مفهوم گراف توابع مثلثاتی را بدانند.
- گراف توابع مثلثاتی را به شکل درست رسم کرده بتوانند.
- اهمیت گراف های توابع مثلثاتی را بدانند.
- روش استفاده از گراف توابع مثلثاتی را یاد بگیرند.

گراف تابع $f(x) = \sin x$

تابع $f(x) = \sin x$ یک تابع همواره متناوب است، ساحه تعریف آن تمام اعداد حقیقی و ساحه قیمت آن $[-1, +1]$ اند که تابع درین انتروال تعریف شده و گراف آن رسم می گردد.

گراف تابع $f(x) = \cos x$

تابع $f(x) = \cos x$ نیز یک تابع همواره متناوب است، ساحه تعریف آن تمام اعداد حقیقی و ساحه قیمت آن $[-1, +1]$ می باشد و گراف تابع درین انتروال ترسیم می گردد.

پیریود و دامنه تابع $\sin x$ و $\cos x$

پیریود توابع $y = a \sin bx$ و $y = a \cos bx$ از رابطه $\frac{2\pi}{b}$ طوری که $b > 0$ باشد دریافت می شود و دامنه تابع از رابطه $|a|$ دریافت می گردد.
مثال: پیریود و دامنه تابع $y = -2 \sin 4x$ را دریافت نمائید.
حل:

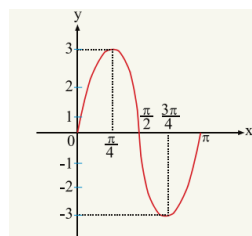
$$\frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \quad \text{پیریود}$$

$$|a| = |-2| = 2 \quad \text{دامنه}$$

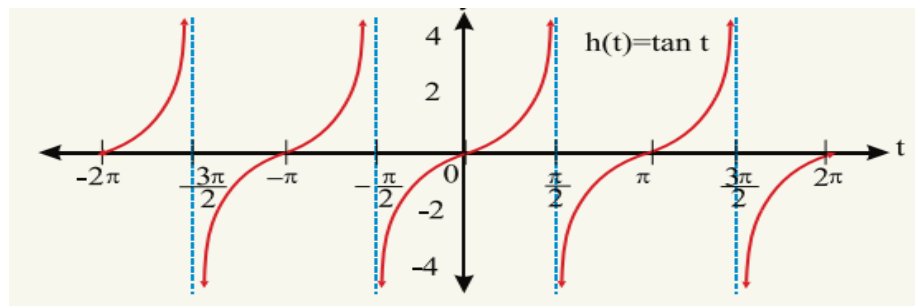
مثال 2: گراف تابع $y = 3 \sin 2x$ را در انتروال $[0, \pi]$ ترسیم کنید.

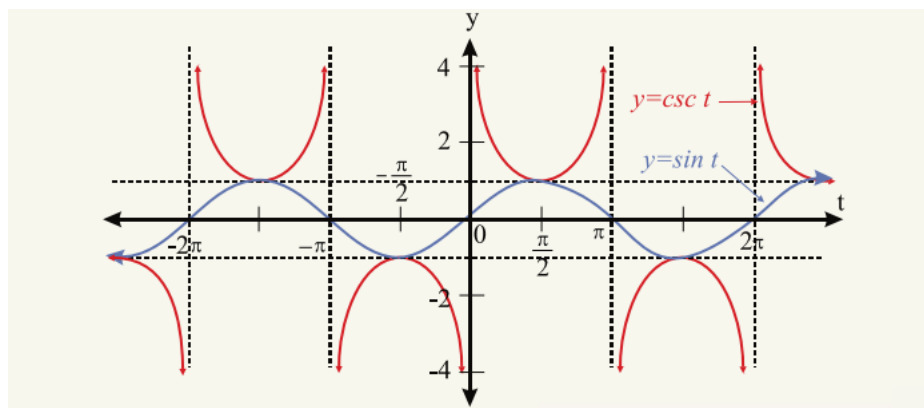
حل 2: در ابتداء دامنه و پیریود تابع را دریافت می کنیم.

$$\frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{2} = \pi \quad \text{پیریود} \quad |a| = |3| = 3 \quad \text{دامنه}$$

گراف تابع $f(x) = \tan x$

ناحیه تعریف تابع $y = \tan x$ عبارت اند از $\mathbb{R} - \left\{t, t \in \mathbb{R}, t = k\pi + \frac{\pi}{2}\right\}$ و ناحیه قیمت آن تمام اعداد حقیقی اند. تانجنت یک تابع همواره متناوب است که پیریود تابع تانجانت π است و گراف آن قرار ذیل ترسیم می گردد.





قوانین نسبت های مثلثاتی زوایای مرکب

فورمول های جمع و ضرب

❖ نسبت های مثلثاتی مجموع دو زاویه

محاسبه $\sin(\alpha + \beta)$ ، $\cos(\alpha + \beta)$ و $\tan(\alpha + \beta)$

برای محاسبه نسبت های مثلثاتی فوق از فورمول های عمومی آنها استفاده می نمائیم. یعنی

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \cdot \tan\beta}$$

مثال 1: نسبت های مثلثاتی زاویه 120 را دریابید.

حل 1: نظر به فورمول سین، کوسین دو زاویه عمل می کنیم.

$$\sin 120 = \sin(90 + 30) = \sin 90 \cdot \cos 30 + \cos 90 \cdot \sin 30$$

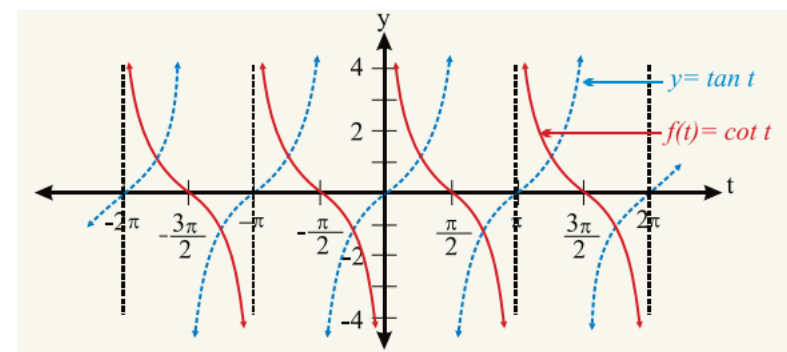
$$= 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 0 \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} + 0 \Rightarrow \boxed{\sin 120 = \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\cos 120 = \cos(90 + 30) = \cos 90 \cdot \cos 30 - \sin 90 \cdot \sin 30$$

$$= 0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \cdot \frac{1}{2} = 0 - \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\cos 120 = -\frac{1}{2}}$$

گراف تابع $f(x) = \tan x$

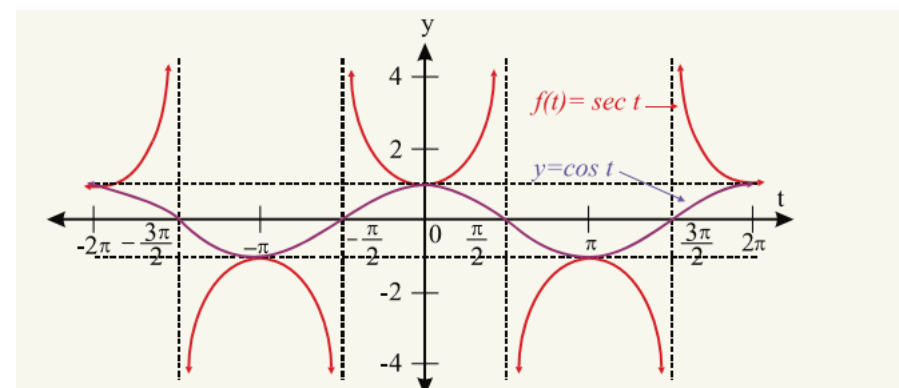
ناحیه تعریف این تابع عبارت اند از $\mathbb{R} - \{t, t \in \mathbb{R}, t = k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ و ناحیه قیمت آن تمام اعداد حقیقی اند.



گراف تابع $f(x) = \sec x$

گراف تابع سیکینت معکوس گراف تابع کوسین است. یعنی $\sec x = \frac{1}{\cos x}$

ناحیه تعریف تابع سیکینت عبارت اند از $\mathbb{R} - \left\{t: t = (2k+1)\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ و ناحیه قیمت آن عبارت از $\mathbb{R} - [-1, 1]$ و گراف آن قرار ذیل ترسیم می گردد.



گراف تابع $f(x) = \csc x$

گراف تابع کوسییکینت معکوس تابع سین است یعنی $\csc x = \frac{1}{\sin x}$ و گراف آن معکوس تابع سین می باشد. یعنی

❖ نسبت های مثلثاتی تفاضل دو زاویه

محاسبه $\sin(\alpha - \beta)$ ، $\cos(\alpha - \beta)$ و $\tan(\alpha - \beta)$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta - \cos\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta + \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha \cdot \tan\beta}$$

مثال 1: ساین 150 را دریابید.

حل 1:

$$\sin 150 = \sin(180 - 30) = \sin 180 \cdot \cos 30 - \cos 180 \cdot \sin 30$$

$$= 0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - (-1) \cdot \frac{1}{2} = 0 + \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\sin 150 = \frac{1}{2}}$$

مثال 2: کوساین $\frac{\pi}{12}$ را دریابید.

حل 2:

$$\cos \frac{\pi}{12} = \cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} \right) = \cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{4} \cdot \sin \frac{\pi}{6}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \boxed{\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}}$$

فعالیت ها:

1. گراف تابع ساین و کوساین را در یک صفحه ترسیم کنید.
2. دامنه و پیریود تابع $y = -5 \sin 3x$ را دریابید.
3. نسبت های مثلثاتی زاویه 75 را دریابید.
4. نسبت های مثلثاتی زاویه $\frac{5\pi}{12}$ را دریابید.