

راهنمای آموزشی فزیک صنف دهم (دور پنجم)

اهداف آموزشی:

- 1_ دانش آموزان با مفاهیم اساسی موضوعات (انکسار، ضریب انکسار و قانون سنل، قوانین انکسار، عمق ظاهری و واقعی، مسیر نور در یک تیغه متوازی السطوح) آشنایی کامل دریافت کند.
- 2_ دانش آموزان با موارد استفاده از آانکسار و قوانین انکسار آگاهی کامل کسب نمایند.
- 3_ دانش آموزان باید با اهمیت موضوعات هذا آشنا شده و بتوانند در زندگی روزمره شان تطبیق نمایند.

بخش اول: انکسار نور

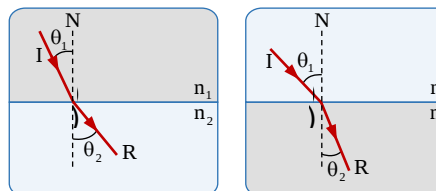
شعاع نوری که به طور مایل به سطح جدایی دو محیط شفاف می تابد هنگام عبور از سطح جدایی دو محیط شفاف شکسته می شود؛ این پدیده را انکسار نور می نامند، علت اصلی انکسار نور تغییرات سرعت نور در دو محیط شفاف می باشد، مانند شکل زیر. توسط عملیه انکسار نور تصویر اجسام در آلات نوری نمایش داده می شود، که کاربرد زیاد در زندگی روزمره ما دارد.

قوانین انکسار

انکسار نور دارای دو قانون می باشد.

① شعاع وارده، شعاع منکسره و خط نارمل در یک مستوی قرار دارند.

② نسبت ساین زاویه وارده و ساین زاویه منکسره برای دو محیط شفاف همیشه مقدار ثابت است که آن را بنام ضریب انکسار محیط دوم نسبت به محیط اول می نامند؛ که این قانون را به نام قانون سنل (Snell's Law) نیز یاد می کنیم، یعنی



$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad \vee \quad n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

اویه وارده بزرگ از زاویه منکسره می گردد، در صورتی که محیط اول رقیق باشد، مانند شکل زیر و اگر زاویه منکسره بزرگ از زاویه وارده گردد، در این صورت محیط دوم رقیق است، مانند شکل زیر.

ضریب انکسار جسم شفاف

مقدار ثابت و خاص در اجسام شفاف می باشد، که همیشه نسبت به خلا (به صورت تقریبی هوا) محاسبه می گردد؛ که بنام ضریب انکسار مطلق جسم شفاف نیز یاد می کنیم. ضریب انکسار را به سمبول n نمایش داده و همیشه قیمت $n \geq 1$ را به خود اخذ می کند؛ در محاسبات ضریب انکسار هوا یا خلا را مساوی به یک در نظر می گیریم.

ضریب انکسار (n) تابع نوعیت محیط شفاف می باشد؛ یعنی به هر اندازه محیط شفاف غلیظ گردد؛ به همان مقدار ضریب انکسار قیمت بیشتر را می گیرد و یا محیط شفاف که رقیق باشد؛ ضریب انکسار آن کم تر است، در نمودار زیر ضریب انکسار بعضی از اجسام شفاف داده شده است.

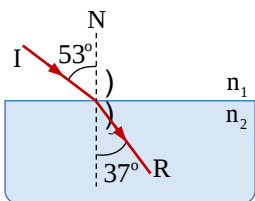
مثال (3.1): اگر شعاع نوری تحت زاویه 45° از هوا وارد محیط شفاف می گردد که ضریب انکسار آن $\sqrt{2}$ است، زاویه منکسره را دریابید.

حل: می بینیم که محیط اول هوا و محیط دوم جسم شفاف می باشد؛ پس داریم

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow 1 \cdot \sin 45^\circ = \sqrt{2} \sin \theta_2$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} \sin \theta_2}{1} \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_2 = \sin^{-1} \left(\frac{1}{2} \right) = 30^\circ$$

مثال (3.2): نظر به شکل زیر ضریب انکسار آب را دریابید.



رابطه سرعت نور با ضریب انکسار

تجارب نشان داده که علت اصلی انکسار نور، تغییرات سرعت نور است؛ یعنی اگر نور از یک محیط شفاف به محیط شفاف دیگر داخل شود، سرعت آن تغییر می‌کند؛ طوری که سرعت نور در یک محیط با ضریب انکسار آن رابطه غیرمستقیم دارد. طبق تجرب ضریب انکسار محیط دوم نسبت به محیط اول مساوی به خارج قسمت سرعت نور در محیط اول نسبت به محیط دوم می‌باشد؛ یعنی

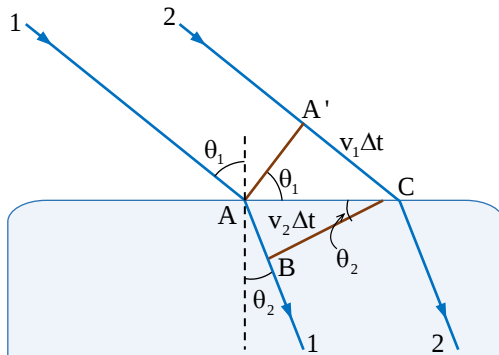
$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = \text{constant}$$

برای اثبات رابطه فوقانی با استفاده از نظریه هیوگنز فرض می‌کنیم؛ که در یک لحظه اشعه اولی (1) مطابق شکل زیر بالای سطح جدایی دو محیط در نقطه (A) وارد می‌شود، به مسیر (B) انکسار می‌کند.

لحظه‌ای بعد اشعه دومی (2) از نقطه (A') گذشته به مسیر (C) حرکت می‌کند، به این اساس این دو شعاع در دو محیط مختلف حرکت نموده، فواصل مختلف را طی می‌کنند. اشعه که در نقطه (A) وارده گردیده فاصله (AB = v₂Δt) را طی می‌کنند. در این جا (v₂) سرعت اشعه در محیط دوم است؛ فاصله‌ای که اشعه (2) در محیط اول از نقطه (A') تا نقطه

(C) طی می‌کند برابر با (A'C = v₁Δt) است که در این جا v₁ سرعت اشعه در محیط اول است.

از مثلث‌های AA'C و ABC دریافت می‌نماییم



حل: نظر به قانون سنل داریم

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow 1 \cdot \sin 53^\circ = n_2 \sin 37^\circ \\ \Rightarrow 0.8 = n_2 (0.6) \Rightarrow n_2 = \frac{0.8}{0.6} \Rightarrow n_2 = 1.33$$

مثال (3.3): یک دسته اشعه نوری تحت زاویه 60 درجه از هوا وارد محیط شفاف گردیده است؛ اگر ضریب انکسار محیط شفاف $\sqrt{1.5}$ باشد؛ شعاع منکسره چند درجه منحرف شده است.

حل: در قدم نخست زاویه منکسره را از قانون سنل دریافت می‌کنیم

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow 1 \cdot \sin 60^\circ = \sqrt{1.5} \cdot \sin \theta_2 \\ \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{\frac{15}{10}} \cdot \sin \theta_2 \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \sin \theta_2 \\ \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta_2 = \sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) \Rightarrow \theta_2 = 45^\circ$$

پس مقدار انحراف شعاع وارده نظر به شکل زیر داریم

$$\theta_1 - \theta_2 = 60^\circ - 45^\circ \Rightarrow \theta_1 - \theta_2 = 15^\circ$$

مثال (3.4): اشعه نوری مطابق شکل زیر در محیط روغن با نارمل N' زاویه 20.0° را ساخته است؛ مقدار زاویه θ و θ' را دریابید. (ضریب انکسار روغن کتان 1.48 است.)

حل: مطابق قانون سنل، محیط (هوا - روغن کتان) را در اول مطالعه می‌کنیم.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow 1 \cdot \sin \theta = (1.48) \sin 20.0^\circ \\ \Rightarrow \sin \theta = (1.48)(0.342) \Rightarrow \theta = \sin^{-1}(0.506) = 30.4^\circ$$

و زاویه منکسره آب را نیز داریم

$$n_2 \sin \theta_2 = n_3 \sin \theta_3 \Rightarrow (1.48) \sin 22.0^\circ = (1.33) \sin \theta' \\ \Rightarrow \sin \theta' = \frac{(1.48)(0.342)}{1.33} \Rightarrow \theta' = \sin^{-1}(0.380) = 22.3^\circ$$

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{3/2}{4/3} = \frac{v_2}{2.0 \cdot 10^5 \text{ km/s}} \Rightarrow v_2 = 2.25 \cdot 10^5 \text{ km/s}$$

مثال (3.7): اگر ضریب انکسار شیشه نسبت به آب $\frac{7}{6}$ و ضریب انکسار الماس نسبت به شیشه $\frac{6}{5}$ باشد؛ نسبت سرعت نور در آب و سرعت نور در الماس کدام است.

حل: اگر محیط شیشه (n_1, v_1) ، آب (n_2, v_2) و از الماس (n_3, v_3) باشد؛ پس داریم که

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{7}{6}, \quad \frac{n_3}{n_1} = \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{n_3}{n_1} = \frac{7}{6} \cdot \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{n_3}{n_2} = \frac{7}{5}$$

پس نظر به رابطه سرعت نور با ضریب انکسار داریم

$$\frac{n_3}{n_2} = \frac{v_2}{v_3} = \frac{7}{5}$$

مثال (3.8): سرعت نور در یک محیط 0.90 برابر سرعت در هوا می باشد؛ ضریب انکسار ماده مذکور را دریابید.

حل: نظر به رابطه سرعت نور و ضریب انکسار داریم

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{1.0}{n_2} = \frac{0.90 v_1}{v_1} \Rightarrow n_2 = \frac{1.0}{0.90} = 1.1$$

رابطه طول موج با ضریب انکسار

وقتی اشعه نوری از یک محیط شفاف وارد محیط شفاف دیگر می شود؛ سرعت و طول موج آن تغییر می کنند، مانند شکل زیر اما فریکوئسی آن ثابت باقی می ماند؛ پس داریم

$$v = f\lambda \Rightarrow v_1 = f\lambda_1, \quad v_2 = f\lambda_2$$

پس نتیجه می گیریم که $f_1 = f_2 = f_3 = \dots$ می گردد؛ در این صورت داریم

$$\sin \theta_1 = \frac{A'C}{AC} = \frac{v_1 \Delta t}{AC} \quad \wedge \quad \sin \theta_2 = \frac{AB}{AC} = \frac{v_2 \Delta t}{AC}$$

اگر دو طرف معادله ها را تقسیم هم کنیم داریم

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

پس نظر به قانون سنل داریم

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = \text{constant}$$

اگر محیط اول خلا (تقریباً هوا) باشد؛ در این صورت $n_1 = 1$ ، $n_2 = n$ ، $v_1 = c$ و $v_2 = v$ می گردد. که ضریب انکسار اجسام شفاف را قرار زیر محاسبه می کنیم

و یا می توانیم بنویسیم که برای تمام اجسام شفاف از حاصل ضرب ضریب انکسار محیط با سرعت نور در محیط مساوی به قسمت ثابت (سرعت نور در خلا) می گردد؛ پس داریم

$$n_1 v_1 = n_2 v_2 = \dots = c$$

مثال (3.5): اگر سرعت نور در شیشه $2 \cdot 10^5 \text{ km/s}$ باشد؛ ضریب انکسار آن را دریابید.

حل: نظر به فورمول داریم که

$$n = \frac{c}{v} = \frac{3 \cdot 10^5 \text{ km/s}}{2 \cdot 10^5 \text{ km/s}} \Rightarrow n = 1.5$$

مثال (3.6): اگر ضریب انکسار شیشه و آب به ترتیب $\frac{3}{2}$ و $\frac{4}{3}$ باشد؛ پس سرعت نور در محیط

آب را محاسبه کنید؛ در صورتی که سرعت نور در محیط شیشه $2 \cdot 10^5 \text{ km/s}$ باشد.

حل: در رابطه بین سرعت نور و ضریب انکسار داریم که

و در حالت خاص یعنی محیط دوم خلا یا هوا باشد؛ پس $n_2 = 1$ می گردد، در این حالت زاویه حدى را چنین می نویسیم

$$\theta_c = \sin^{-1}\left(\frac{1}{n}\right) = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$$

مثال (3.9): اگر ضریب انکسار گلیسرین $\sqrt{2}$ باشد؛ زاویه بحرانی آن را بین محیط گلیسرین - هوا دریابید.

حل: نظر به رابطه زاویه بحرانی داریم

$$\theta_c = \sin^{-1}\left(\frac{1}{n}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 45^\circ$$

مثال (3.10): زاویه بحرانی را برای اشعه دریافت نمایید که از آب وارد یخ می گردد؛ اگر ضریب انکسار یخ 1.309 و ضریب انکسار آب 1.333 باشد.

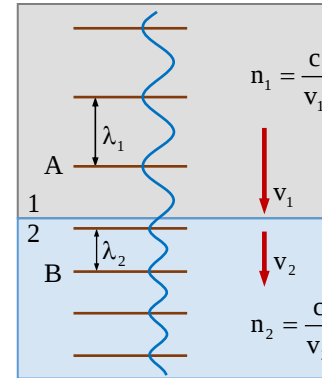
حل: در حالت کلی زاویه بحرانی را داریم

$$\theta_c = \sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1.309}{1.333}\right) = \sin^{-1}(0.9842) = 79.80^\circ$$

تشکیل سراب .

اگر در روزهای گرم تابستان در صحراهای بزرگ یا سرکهای آسفالت شده شاهراهها، سفر داشته باشید، البته واقعه ای را خواهید دید که بنام سراب یاد می شود.

وقتی که در روزهای گرم تابستان سطح زمین گرم می شود، درجه حرارت طبقات هوای نزدیک به آن نسبت به افشار بالاتر بلند شده و در نتیجه کثافت آن کم و ضریب انکسار آن کوچک می گردد، مانند شکل زیر در این حالت شعاع که بالای سطح زمین وارد می گردد، حین انعکاس کلی اشعه وارده از محیط شفاف غلیظ وارد محیط شفاف رقیق می گردد و از امتداد یافته شعاع منکسر یک مشاهده از داخل موتر تصویر اجسام را سرچپه می بیند، مسیر اشعه منکسر در هر لایه هوا تغییر یافته که گراف یک خط منحنی را تشکیل می دهد، این اثر می تواند.



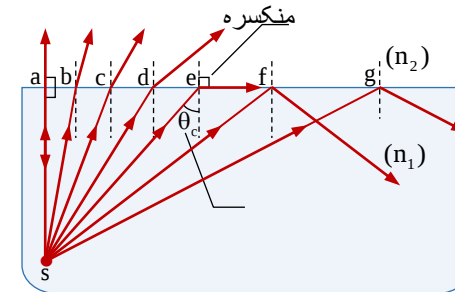
$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{f\lambda_2}{f\lambda_1} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

می دانیم که سرعت نور با طول موج رابطه مستقیم را درآ است.

زاویه بحرانی و انعکاس کلی

اگر شعاع وارده به طور مایل از محیط غلیظ وارد محیط رقیق گردد؛ به آن زاویه وارده بحرانی یا حدى گفته می توانیم که زاویه منکسره آن 90° گردد. یعنی اشعه منکسر مماس با سطح جدایی دو محیط شفاف می باشد، در شکل زیر، نقطه بحرانی به سمبول θ_c نمایش می دهیم.

اگر زاویه وارده از زاویه حدى یا بحرانی بزرگتر شود $\theta_i > \theta_c$ یعنی در این صورت شعاع نور به داخل محیط اول دوباره بازگشت می کند که این حادثه را انعکاس کلی گویند، در شکل زیر، شعاع که در نقطه f و g تشکیل می گردد.

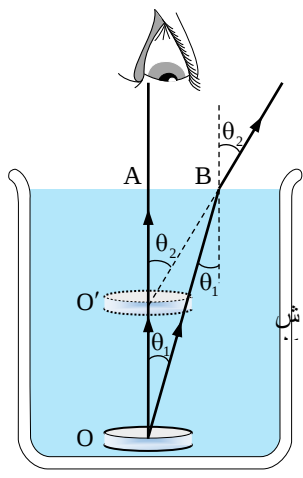


زاویه حدى یا بحرانی را در دو محیط از قانون سنل استفاده می نماییم، اگر $\theta_1 = \theta_c$ و $\theta_2 = 90^\circ$ پس داریم که

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow n_1 \sin \theta_c = n_2 \sin 90^\circ$$

در نتیجه بعد از ساده سازی زاویه حدى را در حالت کلی داریم

$$\theta_c = \sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$



با استفاده از قوانین انکسار و با در نظر داشت زوایای وارده و منکسره داریم

$$n \sin \theta_1 = \sin \theta_2 \quad \vee \quad \frac{1}{n} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2}$$

با توجه به شکل واضح می گردد که مثلث $\triangle AOB$ مساوی به زاویه وارده θ_1 و زاویه $\triangle AO'B$ با زاویه منکسره θ_2 مساوی می باشد.

به اساس تعریف ساین در مثلث های قائم الزاویه $\triangle AOB$ و $\triangle AO'B$ می توانیم بنویسیم که

$$\sin \theta_1 = \frac{AB}{OB} \quad \wedge \quad \sin \theta_2 = \frac{AB}{O'B}$$

اگر دو طرف معادله ها را تقسیم هم سازیم داریم

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{O'B}{OB}$$

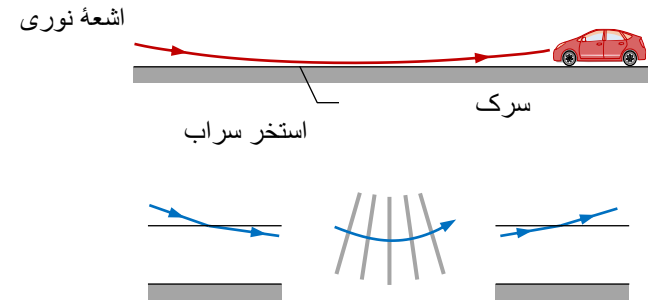
اگر زاویه وارده به اندازه کافی کوچک باشد، یعنی می توانیم به سکه طور عمودی ببینیم، پس $O'B = O'A$ و $OB = OA$ می باشد، پس

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{O'A}{OA}$$

در این صورت با قیمت گذاری ضریب انکسار چنین می نویسیم

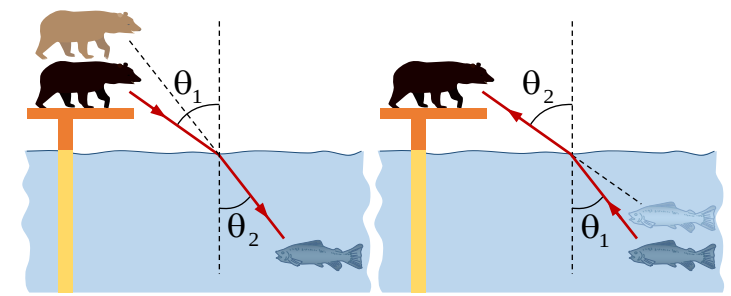
$$OA = n(O'A)$$

در رابطه فوقانی OA به نام عمق حقیقی، $O'A$ به نام عمق ظاهری و n را به نام ضریب انکسار محیط یاد می کردند.



تعیین عمق ظاهری و حقیقی

وقتی که اشعه نوری از محیط شفاف وارد محیط شفاف دیگر می شود؛ پس از شکسته شدن تصویر مجازی توسط امتداد یافته شعاعات منکسره تشکیل می شود، مثلاً ماهی برای یک خرس از محل واقعی آن بلندتر یعنی نزدیک سطح آب شکل زیر و خرس توسط ماهی از محل واقعی آن به فاصله بیشتر یعنی دورتر از سطح آب شکل زیر دیده می شود.



در شکل زیر موقعیت یک سکه را در ظرف مملو از آب نشان داده شده است، دو شعاع از نقطه O که به سطح آب وارد می شوند رسم می نماییم. اشعه OA بدون انکسار داخل هوا می گردد. مگر اشعه OB در سطح جدایی دو محیط انکسار نموده و از عمود بالای سطح آب فاصله می گیرد ($\theta_2 > \theta_1$)

$$9 \text{ cm} = OA - \frac{OA}{\frac{5}{4}} \Rightarrow 9 \text{ cm} = OA - \frac{4 OA}{5}$$

$$\Rightarrow 9 \text{ cm} = \frac{OA}{5} \Rightarrow OA = 45 \text{ cm}$$

مثال (3.15): در دو ظرف A و B تا ارتفاع 36 cm در اولی آب و در دومی بنزین می ریزیم تعیین کنید. (الف) کدام یک از دو ظرف عمیق تر و به کدام به نظر می رسد. (ب) در کدام ظرف و چقدر از مایع اضافه کنیم تا عمق دو ظرف یکسان به نظر برسد. (پ) از کدام ظرف و به چه اندازه از مایع کم کنیم تا عمق هر دو ظرف یکسان به نظر برسد، (ضریب انکسار آب $\frac{4}{3}$ و از بنزین $\frac{3}{2}$ است).

حل: مطابق به عمق ظاهری و حقیقی می نویسیم

جزء (الف): در قدم اول به طور جداگانه عمق ظاهری هر محیط را دریافت می کنیم

$$OA = n(O'A) \Rightarrow 36 \text{ cm} = \frac{4}{3}(O'A) \Rightarrow O'A = 27 \text{ cm}$$

$$OA = n(O'A) \Rightarrow 36 \text{ cm} = \frac{3}{2}(O'A) \Rightarrow O'A = 24 \text{ cm}$$

دیده می شود که ظرف آب عمیق تر به نظر می رسد؛ یا به طور عمومی، مایعی که دارای ضریب انکسار کم تر باشد، عمق آن بیش تر است.

جزء (ب): باید به ظرف بنزین مقداری اضافه گردد تا عمق آن به 27 cm برسد.

$$OA = n(O'A) \Rightarrow OA = \frac{3}{2}(27 \text{ cm}) \Rightarrow OA = 40.5 \text{ cm}$$

بنابراین مقدار بنزین اضافه شده به ظرف برابر است با:

$$40.5 \text{ cm} - 36 \text{ cm} = 4.5 \text{ cm}$$

جزء (پ): اگر بخواهیم با کم کردن مایع ارتفاع دو مایع یکسان باشد، باید از ظرف آب مقداری کم کنیم تا ارتفاع ظاهری دو مایع برابر 24 cm شود.

$$OA = n(O'A) \Rightarrow OA = \frac{4}{3}(24 \text{ cm}) \Rightarrow OA = 32 \text{ cm}$$

مقدار آبی که باید کم کنیم $36 \text{ cm} - 32 \text{ cm} = 4 \text{ cm}$ می باشد.

مثال (3.11): اگر عمق ظاهری یک حوض 7.5 m و ضریب انکسار آب 1.3 باشد، عمق واقعی آن را دریابید.

حل: رابطه بین عمق ظاهری و حقیقی را داریم

$$OA = n(O'A) \Rightarrow OA = 1.3(7.5 \text{ m}) = 9.8 \text{ m}$$

مثال (3.12): عمق یک حوض 2.0 m و ضریب انکسار آب 1.3 است، اگر از بالای آب تقریباً بطور عمود بر کف حوض نگاه کنیم؛ عمق حوض چند متر به نظر می رسد.

حل: نظر به رابطه عمق ظاهری و حقیقی داریم

$$OA = n(O'A) \Rightarrow 2.0 \text{ m} = 1.3(O'A) \Rightarrow O'A = 1.5 \text{ m}$$

مثال (3.13): در یک ظرف الکول با ضریب انکسار 1.36 به ارتفاع 17.0 cm ریخته شده است، در کف ظرف سکه ای قرار دارد وقتی بطور عمود نگاه می کنیم؛ سکه را چند سانتی متر بالاتر می بینم.

حل: بالاتر دیدن سکه از موقعیت اصلی یعنی مقدار OO' را دریافت کنیم، برای دریافت آن از رابطه $OO' = OA - O'A$ استفاده می کنیم

$$OA = n(O'A) \Rightarrow 17.0 \text{ cm} = 1.36(O'A) \Rightarrow O'A = 12.5 \text{ m}$$

$$OO' = OA - O'A \Rightarrow OO' = 17.0 \text{ cm} - 12.5 \text{ cm} = 4.50 \text{ cm}$$

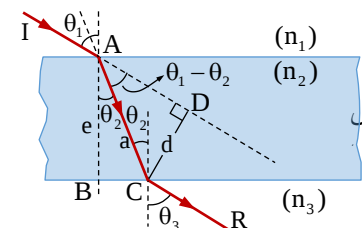
مثال (3.14): چند سانتی متر مایع را با ضریب انکسار $\frac{5}{4}$ داخل ظرف بریزیم تا وقتی به طور قائم از بالا به آن نگاه می کنیم، قاعده ظرف 9 سانتی متر بالاتر دیده می شود.

حل: نظر به رابطه داریم

$$OO' = OA - O'A \Rightarrow OO' = OA - \frac{OA}{n}$$

مسیر نور در تیغه متوازی السطوح

تیغه متوازی السطوح همان شیشه می باشد که دارای دو سطح موازی و ضخامت e باشد؛ مانند شیشه های ضخیم، و غیره. زمانی که اشعه نوری به تیغه وارد گردد این اشعه نوری دو مرتبه انکسار می نمایند، مرتبه اول به داخل تیغه و مرتبه دوم از تیغه خارج می گردد. که شعاع ورودی و خروجی با هم موازی و زاویه ورودی و خروجی با هم مساوی اند.



برای این که بتوانیم مسیر اشعه نوری را مطالعه کنیم، مطابق به شکل (3.11) اشعه نوری از محیط 1 با ضریب انکسار n_1 به محیط 2 که دارای ضخامت e و دارای ضریب انکسار n_2 است، وارد می گردد. مسیر اشعه نوری از محیط 1 وارد محیط 2 با استفاده از قانون سنل داریم که:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow \sin \theta_1 = n \sin \theta_2$$

همچنان برای سطح تحتانی تیغه در $n_3 = 1$ می توانیم بنویسیم که

$$n_2 \sin \theta_2 = n_3 \sin \theta_3 \Rightarrow n \sin \theta_2 = \sin \theta_3$$

دیده می شود که یک طرف معادله ها با هم مساوی است پس $\theta_1 = \theta_3$ می گردد و تیغه مسیر اشعه نوری را تغییر نمی دهد، مگر اشعه نوری به اندازه d تغییر مکان می نماید، مانند شکل (3.11). اگر بخواهیم که مقدار تغییر مکان اشعه وارد را محاسبه کنیم، a وتر دو مثلث قائم الزاویه را نشان می دهد، از مثلث ABC می توانیم بنویسیم که:

$$\cos \theta_2 = \frac{e}{a} \Rightarrow a = \frac{e}{\cos \theta_2}$$

و با استفاده از مثلث ADC داریم که:

$$\sin(\theta_1 - \theta_2) = \frac{d}{a} \Rightarrow d = a \sin(\theta_1 - \theta_2)$$

از ترکیب این دو معادله حاصل می نمایم که:

$$d = \frac{e}{\cos \theta_2} \sin(\theta_1 - \theta_2)$$

در رابطه فوقانی d مقدار تغییر مکان، e ضخامت تیغه، θ_1 زاویه وارده و θ_2 زاویه منکسر می باشد.

مثال (3.16): مقدار تغییر مکان اشعه وارده را در تیغه متوازی الاضلاع دریابید، اگر ضخامت تیغه 6 cm ، زاویه وارده 60° و زاویه منکسر 30° باشد.

حل: دیده می شود که $e = 6 \text{ cm}$ ، $\theta_1 = 60^\circ$ و $\theta_2 = 30^\circ$ می باشد، در این صورت مقدار تغییر مکان اشعه وارده را داریم.

$$d = \frac{e}{\cos \theta_2} \sin(\theta_1 - \theta_2) = \frac{6 \text{ cm}}{\cos 30^\circ} \sin(60^\circ - 30^\circ)$$

$$= \frac{6 \text{ cm}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{(6 \text{ cm})2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2} = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

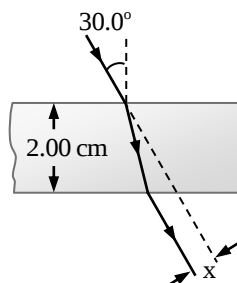
مثال (3.17): در شکل (3.12) مقدار جزء x را دریابید.

حل: در شکل فوقانی دیده می شود که $\theta_1 = 30.0^\circ$ ،

$e = 2.00 \text{ cm}$ و $n = 1.50$ می باشند؛ برای دریافت

قیمت x مقدار زاویه منکسر را دریافت می کنیم، پس داریم

$n = 1.50$



$$\sin \theta_1 = n \sin \theta_2 \Rightarrow \sin 30.0^\circ = (1.50) \sin \theta_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = (1.50) \sin \theta_2 \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{1}{3} \Rightarrow \theta_2 = 19.5^\circ$$

اکنون برای دریافت قیمت x چنین می نویسیم

$$x = \frac{e}{\cos \theta_2} \sin(\theta_1 - \theta_2) = \frac{2.00 \text{ cm}}{\cos 19.5^\circ} \sin(30.0^\circ - 19.5^\circ)$$

$$\Rightarrow x = \frac{2.00 \text{ cm}}{0.943} (0.182) \Rightarrow x = 0.386 \text{ cm}$$